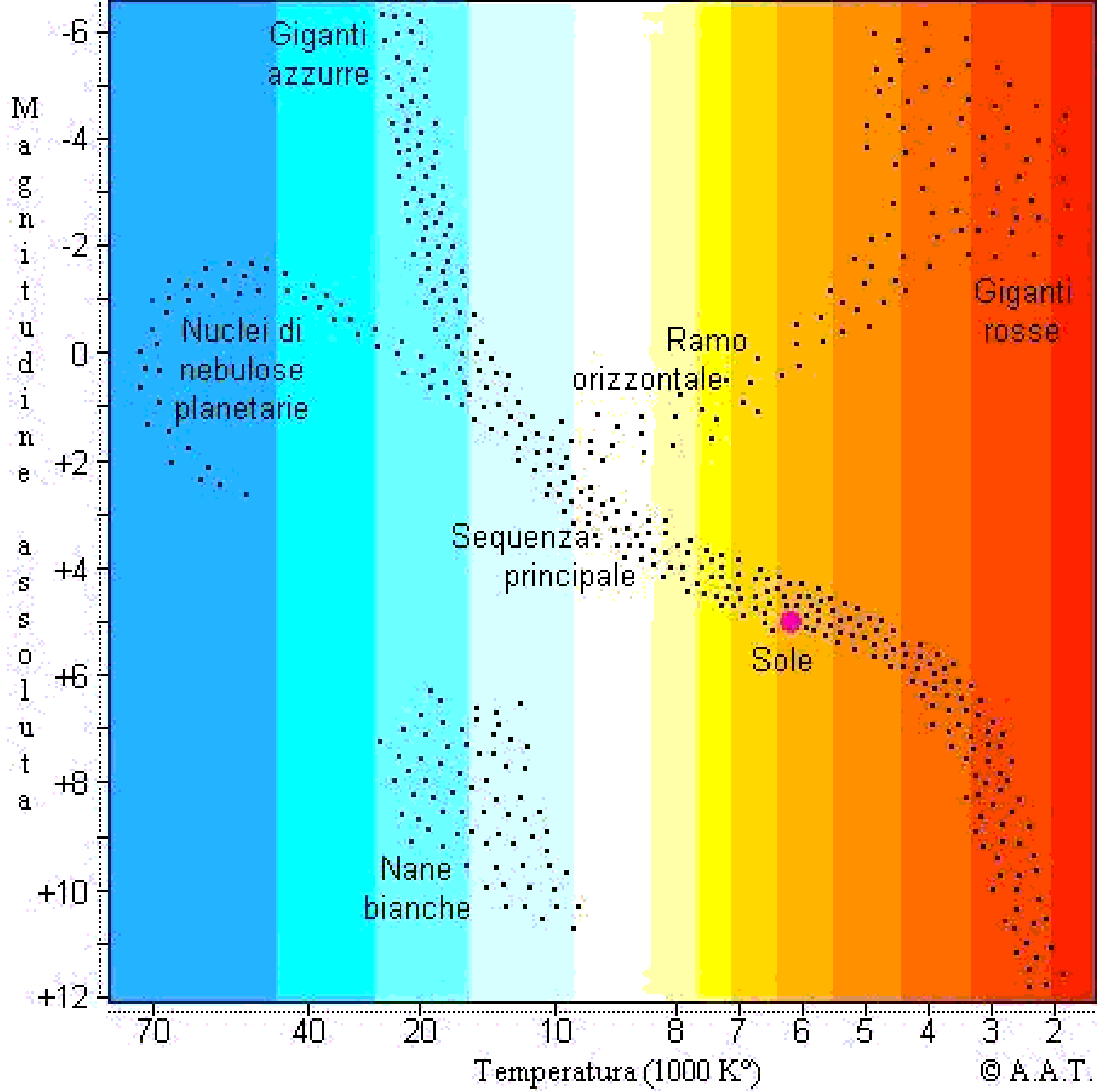
Supernovae da collasso

- Fasi di combustione al termine della sequenza principale
- Verso il collasso
- Il destino di una stella massiccia: stella di neutroni o buco nero?
- Perche’ la neutronizzazione e’ conveniente
- Energia emessa nella formazione di una stella di neutroni
- Liberazione dell’energia gravitazionale: il ruolo dei neutrini
- Stima del flusso di neutrini da una SN al centro della Galassia
- Il caso di SN 1987A

Il cammino nel diagramma HR

- Da un primo esame del diagramma H-R si osserva immediatamente come le stelle tendano a posizionarsi in regioni ben distinte:
- La struttura evolutiva predominante è la diagonale che parte dall'angolo in alto a sinistra (dove si trovano le stelle più massicce, calde e luminose) verso l'angolo in basso a destra (dove si posizionano le stelle meno massicce, più fredde e meno luminose), chiamata la sequenza principale.
- In basso a sinistra si trova la sequenza delle nane bianche, mentre sopra la sequenza principale, verso destra, si dispongono le giganti rosse e le supergiganti.



la **sequenza principale** è una struttura evolutiva del diagramma Hertzsprung-Russell che identifica la fase in cui le stelle producono energia, convertendo l'idrogeno in elio nel nucleo, tramite reazioni di fusione nucleare.

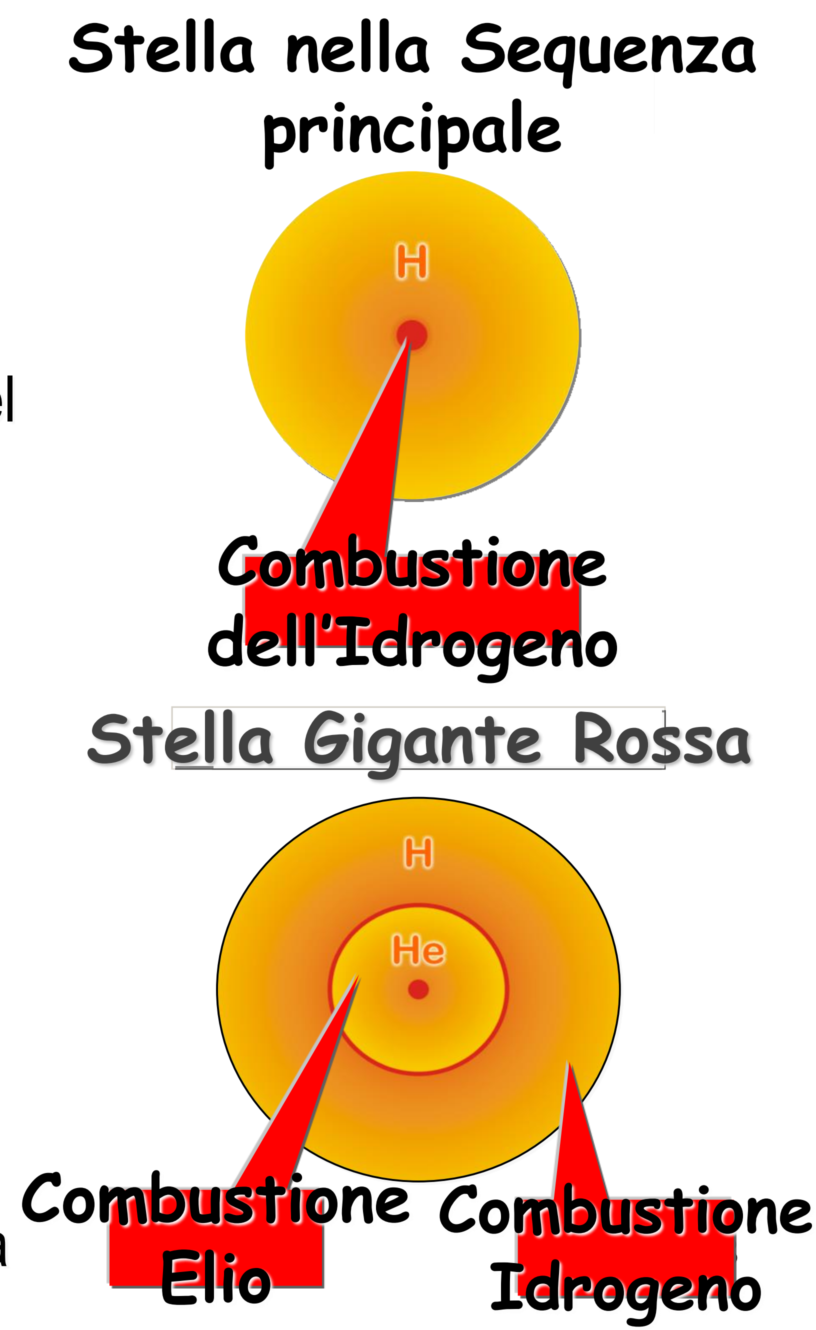
Dalle nane gialle alle giganti rosse

•Le stelle si muovono lungo il piano HR, raggiungendo condizioni diverse di L e T in relazione al loro cammino nella combustione nucleare.

•Nella sequenza principale, le stelle bruciano H nel centro fino al suo esaurimento

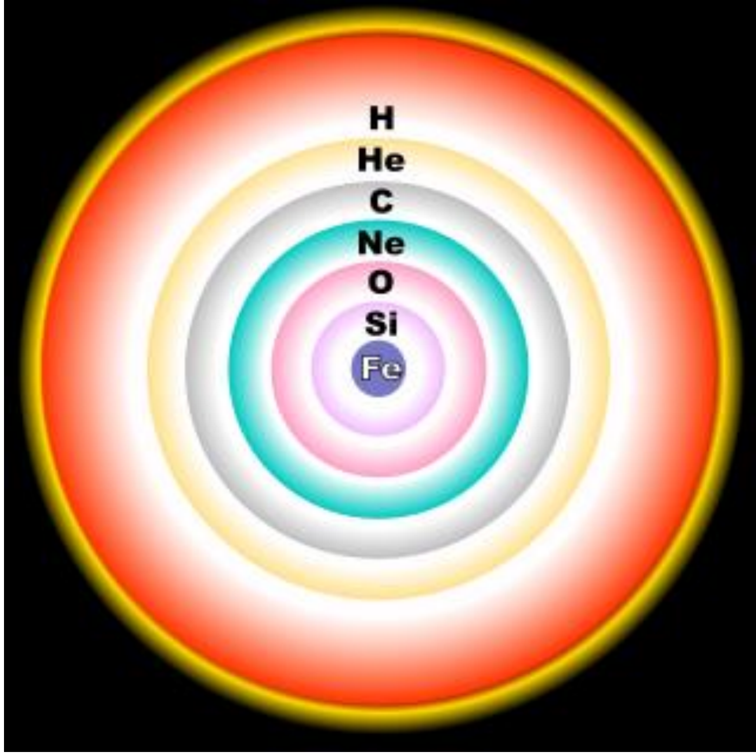
•Esaurito l'Idrogeno al centro, il nucleo della stella si contrae per effetto della gravitazione. In questo modo si raggiunge la temperatura e la densita' necessarie per trasformare, al centro, Elio in Carbonio, attraverso una reazione a tre corpi, $3\ ^{4}He \rightarrow {}^{12}C$

•La parte esterna della stella inizia a bruciare idrogeno, e il suo inviluppo si gonfia a formare una "gigante rossa"



Il destino delle stelle piu' pesanti

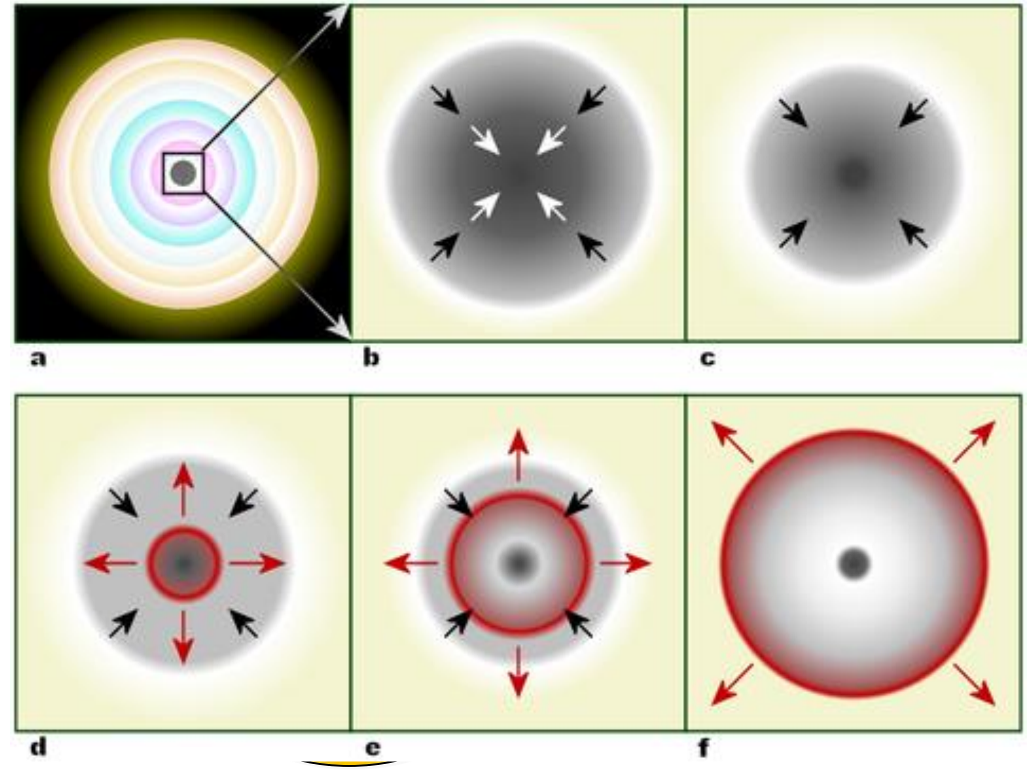
- Nel caso di stelle sufficientemente pesanti, Il processo va avanti fino a generare una struttura a gusci In cui vengono mano a mano innescate reazioni fra nuclei con Z sempre piu' grande.*
- In questo modo, il Carbonio viene trasformato in Ossigeno, e quindi l'ossigeno in Silicio, fino a raggiungere il Ferro
- La combustione dei vari elementi avviene sempre piu' in fretta. La tabella mostra la scala dei tempi di combustione per una stella di 15 M_o.
- Quando si e' formato il nucleo di ferro, si e' raggiunta la massima energia di legame nucleare, e dunque non ci sono piu' reazioni nucleari eso-energetiche che possano sostenere la stella.



Reaction	Timescale
Hydrogen	10 million years
Helium	1 million years
Carbon	300 years
Oxygen	200 days
Silicon	2 days

*In stelle con massa confrontabile con la massa solare, la pressione del gas di elettroni degenere stabilizza la stella, che non ha piu' bisogno di contrarsi e diventa una nana bianca, un cristallo di Carbonio e/o idrogeno, vedi appendice

Implosione ed esplosione

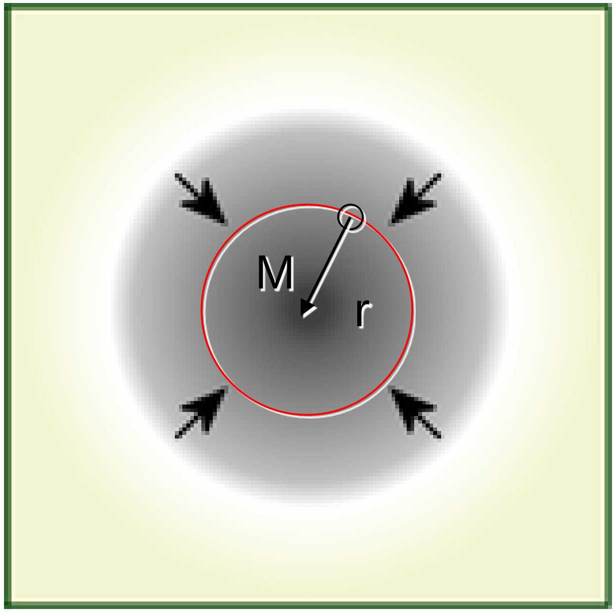


b) Il nucleo, non piu' sostenuto dalle reazioni nucleari implode e c) la materia circostante gli cade attorno. Quando il nucleo raggiunge densita' nucleari la caduta si arresta e la materia che stava cadendo e) rimbalza sul nucleo e quindi e) la stella esplode, generando una "supernova da collasso" *, un oggetto che appare enormemente luminoso, circa come 10^5 stelle qualche ora dopo la sua comparsa.

*Va osservato che ad oggi Il processo dell'esplosione non e' quantitativamente compreso

**Le supernovae sono indicate con l'anno della loro apparizione seguito da una lettera secondo l'ordine in cui appaiono nell'anno

I tempi scala del collasso gravitazionale: $t \approx (G\rho)^{-1/2}$



•Se si rompe l'equilibrio idrostatico e i corpi cadono in caduta libera, un corpo a distanza r dal centro cade con una accelerazione $a=-GM/r^2$ dove M e' la massa contenuta all'interno di un raggio r, che rimane costante nel collasso.

•Se la velocita' iniziale era trascurabile e il raggio iniziale sufficientemente grande, integrando l'equazione si ha $v^2= 2GM/r$, che puo' essere ancora integrata. Per raggiunger r=0 a il tempo impiegato e': $t= 2/3\ (r^3/2GM)^{1/2}$. l'espressione fra parentesi puo' essere espressa in termini della densita' ρ ottenendo $\mathbf{t} =(\pi/6)^{1/2}\ \mathbf{(G\rho)^{-1/2}}$

•L'equazione $t \approx (G\rho)^{-1/2}$ e' il tipico tempo scala del collasso gravitazionale*.

•Se il sole ($\rho \approx 1.5\ 10^3\ kg/m^3$) non fosse sostenuto dalla pressione del gas, collasserebbe in un tempo dell'ordine di **3000 s**.

•Per densita' nucleari, $\rho \approx (1/4\ m_p/fm^3) \approx 0.4\ 10^{18}\ kg/m^3$ I tempi tipci sono dell'ordine del **ms.**

*Esprimendo la densita\ in unita' di 1012g/cm3, l'eq. si scrive:

$$\mathbf{t_{coll}} \approx \frac{1}{\sqrt{\mathbf{G\rho}}} \approx \frac{4\,\mathbf{ms}}{\sqrt{\boldsymbol{\rho}_{12}}}$$

Supernovae da collasso e stelle di neutroni

Walter Baade (1893-1960)

Fritz Zwicky (1898-1974)

Baade and Zwicky furono i primi ad ipotizzare una possibile connessione tra esplosioni di supernovae e formazione delle stelle di neutroni [Phys. Rev. 45 (1934) 138]

Che succede nel nucleo?

- La gravita' tende a strizzare il nucleo, che non puo' esser piu' sostenuto dalla pressione generata dall'energia che si libera in rezioni nucleari esotermiche.
- Alla gravita' "si oppone" la meccanica quantistica, per la pressione associata a tipici effetti quantistici:
- Principio di Heisenberg: Secondo la meccanica quantistica, il semplice fatto di confinare delle particelle in una sfera di raggio r implica che queste abbiano un impulso (Heisenberg): **$p \geq \hbar/r$** . A questo impulso corrisponde una pressione *
- Principio di Pauli: al piu' 2 Fermioni identici possono stare nella stessa cella dello spazio delle fasi. Cio' significa che se i due fermioni con energia piu' bassa hanno ciascuno impulso $p = \hbar/r$, I successivi avranno $p = 2\hbar/r$ e cosi' via, cioe' gli impulsi medi portati dalle particelle sono maggiori di quelli che se fossero tutte nello stato fondamentale; questo genera una pressione che cresce piu' che linearmente col numero delle particelle.
- Stimeremo le **condizioni di equilibrio** supponendo di avere un solo tipo di particelle, I neutroni; poi vedremo perche' quest'ipotesi corrisponde alla situazione di minima energia.
- *Esercizio: si determini l'energia U di una particella nello stato fondamentale di una scatola di raggio r , e si determini la pressione esercitata sulle pareti da dU=PdV

Gas di neutroni in campo gravitazionale

- Supponiamo di avere N neutroni in una sfera di raggio R; Il volume totale e' $V \approx R^3$ e quindi il volume a disposizione per ciascuna coppia di particelle* e' $v = V/(N/2) \approx R^3/N$, ossia ciascuna particella e' confinata entro una dimensione lineare $r \approx R/N^{1/3}$ e dunque per il principio di Heisenberg avra' impulso almeno pari a:

  $$p = \hbar/r = \hbar N^{1/3}/R$$

- Ne segue che la sua energia e' **

  $$\varepsilon = (p^2c^2+m^2c^4)^{1/2} = [\,(\hbar c)^2 N^{2/3}/R)^2+m^2c^4\,]^{1/2}$$

- Ciascun neutrone sara' attratto dagli altri N con una energia $U \approx -Gm^2\,N/R$; dunque l'energia totale per particella sara' $E = \varepsilon + U$, ossia

$$\mathbf{E = [(\hbar c)^2 N^{2/3}/R^2+m^2c^4\,]^{1/2} - Gm^2\,N/R}$$

* Si notera' che qui stiamo applicando il principio di esclusione

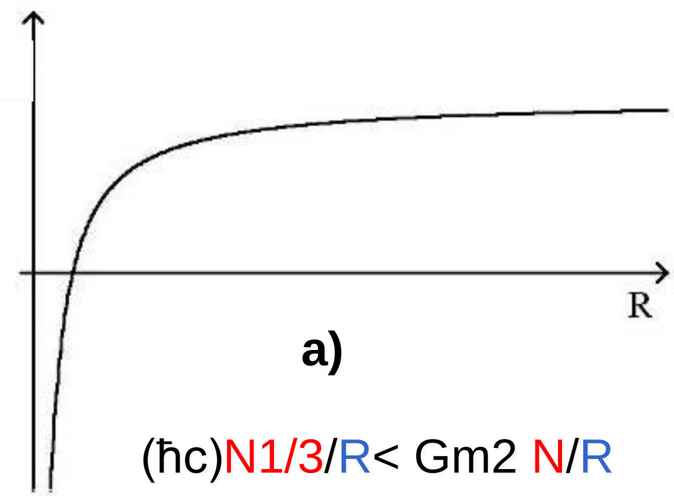
** Nello stato di energia minima, cui sono interessato, l'impulso e' dato proprio dall'espressione precedente

Condizioni di stabilita'

$$E(N,R) = [(\hbar c)^2 N^{2/3}/R^2 + m^2c^4]^{1/2} - Gm^2\, N/R$$

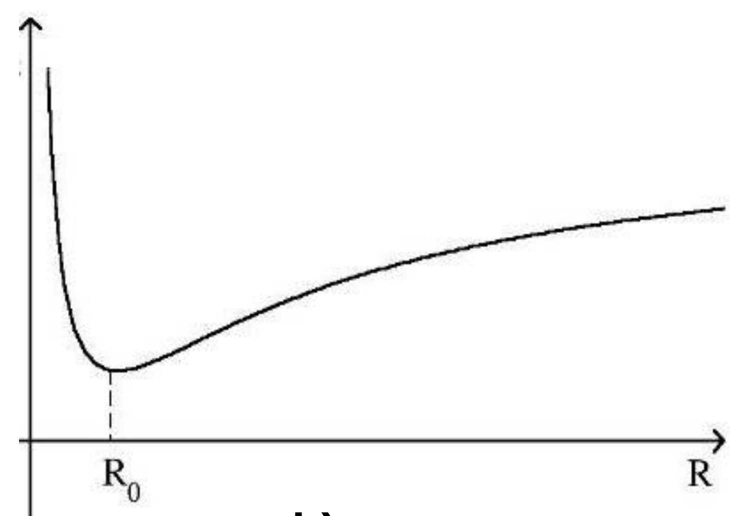
- L'equazione dell'energia per particella ci permette di stabilire, per un fissato N, se esista una condizione di equilibrio (ossia di energia minima) e di determinare il raggio di equilibrio.
- Per grandi R l'espressione diventa ovviamente $E = mc^2 - Gm^2\, N/R$, ossia l'energia si abbassa al diminuire della distanza.
- Per piccoli R sara' trascurabile il termine m^2c^4 entro la radice e dunque:
  $E(N,R) \approx (\hbar c)N^{1/3}/R - Gm^2\, N/R$
- Si noti che entrambi i termini si comportano come 1/R e dunque sono possibili due casi:
  - **a)** non esistono configurazione di equilibrio; la stella si contrae e diventa un buco nero
  - **b)** esiste una struttura stabile, con raggio R_o (stella di neutroni)

E(N,R)



a)

$(\hbar c)N1/3/R < Gm2\, N/R$



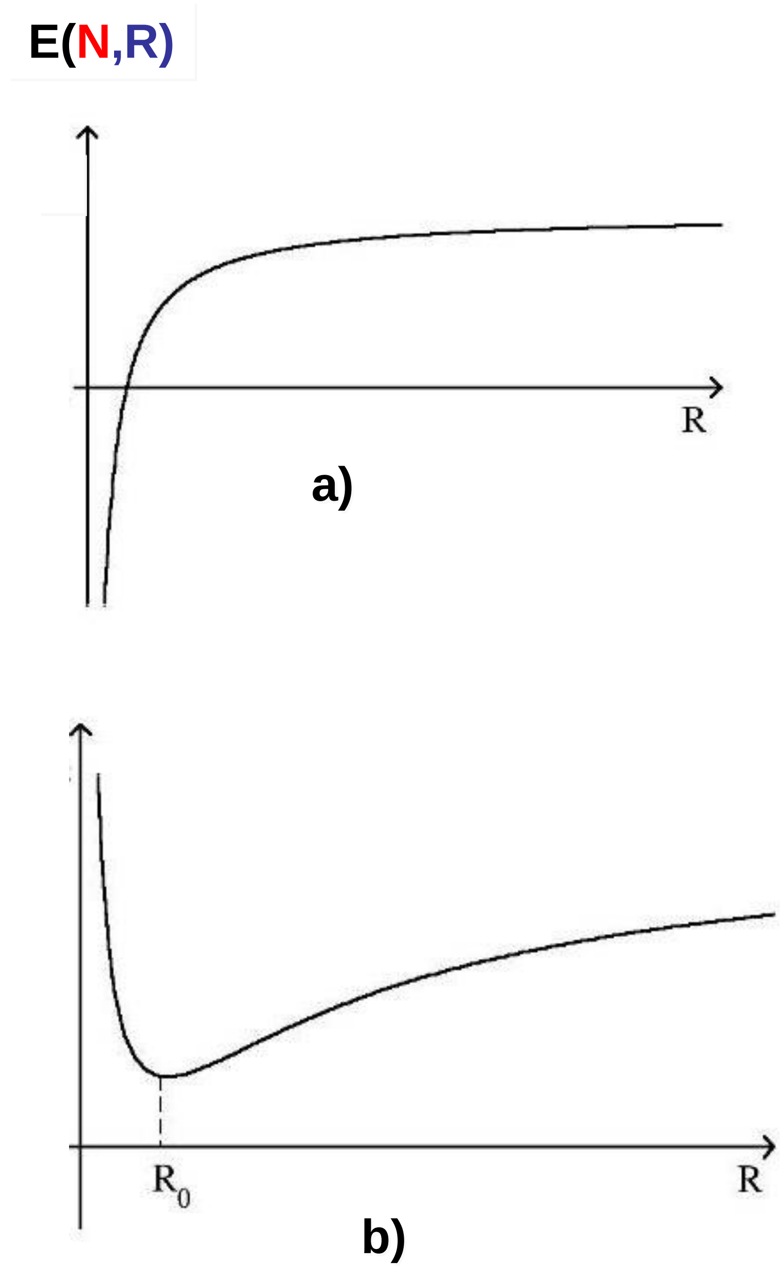
b)

$(\hbar c)N1/3/R > Gm2\, N/R$

Massa di Chandrasekar

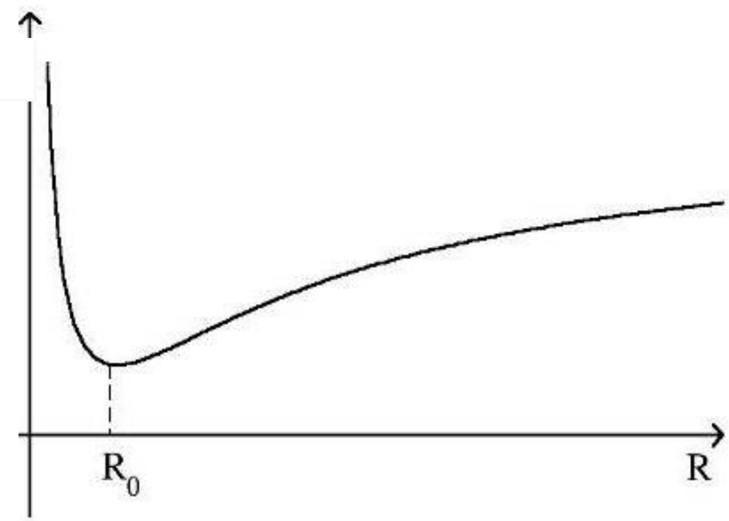
$E(N,R) = [(\hbar c)^2 N^{2/3}/R^2 + m^2c^4]^{1/2} - Gm^2 N/R$

- La condizione limite che separa il caso a) dal caso b) si ha per $(\hbar c)N^{1/3}/R = Gm^2\, N/R$ ossia $N = [\hbar c/ Gm^2]^{3/2}$
- Ricordo che $\alpha_G = Gm^2/\hbar c = 6\ 10^{-39}$ e' l'equivalente della costante di struttura fine per la gravitazione, cioe' la costante adimensionale che caratterizza l'interazione gravitazionale fra due nucleoni.
- Ne segue che $N \approx (10^{38})^{3/2} = 10^{57}$, ovvero una massa $M = mN \approx M_o$, cioe' una massa dell'ordine della massa del Sole.
- Una stima piu' precisa mostra che la massa limite (Massa di Chandrasekar) e' di 1.5 M_o
- Dunque per valori uguali o inferiori alla massa limite abbiamo sistemi stabili, di cui possiamo studiare le proprieta', quali raggio, densita' ed energia di legame.



Raggio della stella di neutroni

$$E(N,R) = [(\hbar c)^2 N^{2/3}/R^2 + m^2c^4]^{1/2} - Gm^2 N/R$$



- La dimensione R_o della stella all'equilibrio e' determinata da **$dE/dR = 0$**
- Possiamo supporre che, intorno alla condizione d'equilbrio, i neutroni siano non relativistici (poi verificheremo a posteriori quest'ipotesi) In tal caso

$$E(N,R) = mc^2 + p^2/2m - Gm^2 N/R$$
$$= mc^2 + \hbar^2 N^{2/3}/(2mR^2) - Gm^2 N/R$$

•Richiedendo $dE/dR=0$ si ha $\hbar^2 N^{2/3}/(mR_0^3) = Gm^2 N/R_0^2$ ossia

$$\mathbf{R_0 = \hbar^2 / Gm^3 N^{-1/3} = N^{-1/3} (\hbar c^2 / Gm^2)(\hbar c/m) = N^{-1/3} \alpha_G^{-1} \lambda_c.}$$

dove si riconoscono il ruolo di α_G e della lunghezza Compton del nucleone $\lambda_{c.}$.

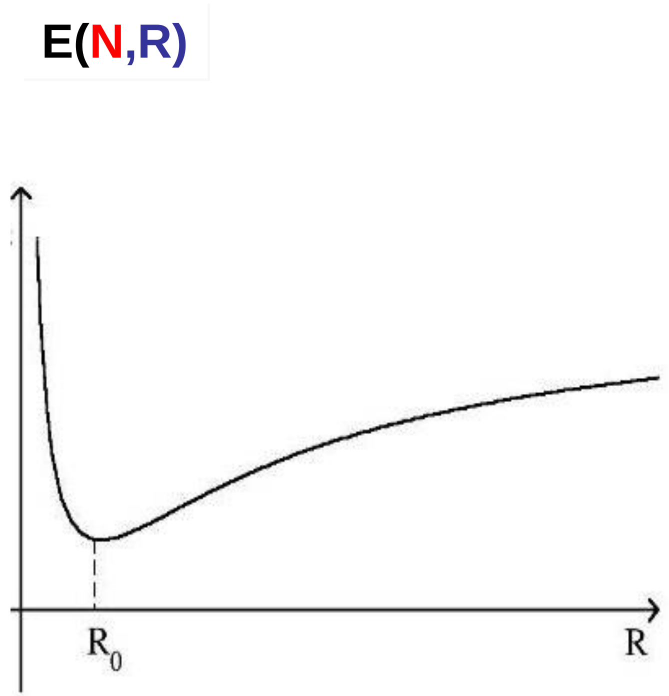
•Ponendo $N=10^{57}$ si ha R_o=10km, ossia una stella come il nostro sole strizzata **in un raggio di 10 km**.

•A questo punto si puo' verificare che l'approssimazione non relativistica e' soddisfatta, nel senso che per (esercizio) l'impulso dei neutroni vale

Densita' della stella di neutroni

$E(N,R) = [(\hbar c)^2 N^{2/3}/R^2 + m^2c^4]^{1/2} - Gm^2 N/R$

- Per il caso che abbiamo considerato ($N=10^{57}$, R_o=10km, il numero di neutroni per unita' di volume e' $N = N/(4/3\pi)R_o^3 = 0.25\ fm^{-3}$.
- Si tratta di densita' confrontabili con quelle della materia nucleare. La stella di neutroni e' in sostanza un enorme nucleo, con tanti neutroni quanti ce ne stanno nel sole
- Osservare che abbiamo masse confrontabili con la massa del sole e dimensioni lineari piu' piccole per un fattore 10^5 . Le densita' sono dunque 10^{15} volte maggiori, ossia dell'ordine di 10^{15}g/cm^3 .
- Una nana bianca e' una stella con massa confrontabile con quella solare e sostenuta dalla pressione del gas degenere di elettroni*. In questo caso il raggio della configurazione stabile e' di circa 6000 km (il raggio della terra) e dunque le densita' sono dell'ordine di 10^6 g/cm3



*Esercizio: determinare la condizione di stabilita' di una stella sostenuta dalla pressione del gas degenere di elettroni

Perche' una stella di neutroni?

•Nella stella che collassa sono presenti alte temperature, corrispondenti a fotoni con energie dell'ordine del MeV, per cui i nuclei si dissociano e sono presenti e, p e n in un numero confrontabile.

•Per quel che abbiamo visto, gli impulsi tipici dei fermioni (siano essi elettroni, protoni o neutroni) sono:

$$p_i \sim \hbar N_i^{1/3}/R \sim 200 \text{ MeV}/c$$

dove si e' supposto che per ciascun tipo sia per $N_i \sim 10^{57}$.

•Le energie tipiche sono allora :

$$T_p \sim T_n \sim p^2/2m \sim 20 \text{ MeV}$$ **NON RELATIVISTICI**

$$E_e \sim pc \sim 200 \text{ MeV}$$ **RELATIVISTICI**

•Dunque gli elettroni che urtano con i protoni hanno energie sufficienti per dare:

$$e^- + p \longrightarrow n + \nu_e$$

•I neutrini prodotti (che hanno interazioni deboli) attraversano la stella e scappano liberamente impedendo senza che avvenga la reazione inversa. Tutta la stella si trasforma in neutroni (NEUTRONIZZAZIONE)

Perche' i neutroni sono stabili ?

• In neutroni liberi decadono attraverso il processo beta

$$n \longrightarrow p + e^- + \text{anti-}\nu_e$$

• Questo processo e' possible perche' $Q = M_n - M_p - M_e = 0.782$ MeV >0

•Gli elettroni prodotti, al piu' avranno energia cinetica pari a Q e dunque un impulso massimo p_{max} dell' ordine del MeV/c

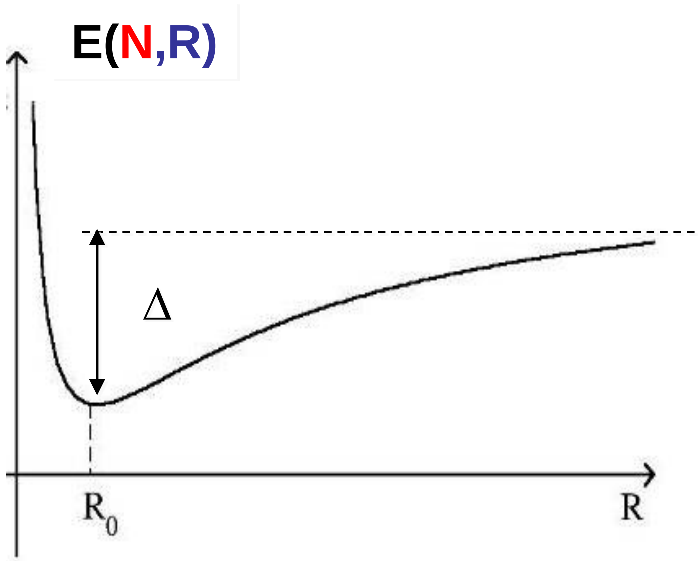
•All'aumentare del numero di elettroni N_e creati nella stella aumenta l'impulso di Fermi, $p_e = \hbar N_e^{1/3}/R$ e il processo di decadimento si interrompe quando $p_{max} = p_e$

•Cio' significa che il numero degli elettroni prodotti sara' $N_e = (p_{max} R/\hbar)^3$ il cui rapporto rispetto al numero dei neutroni N e'

$$\mathbf{Y = N_e / N = [p_{max} R/ \hbar N^{1/3}]^3 = [p_{max}/_{pn}]^3 \approx 10^{-7}}$$

In altri termini, dopo che e' decaduta una piccola frazione di neutroni, il resto sono stabili.

Energia liberata nella formazione della stella di neutroni



•Per ogni neutrone, l'energia guadagnata nella formazione della stella di neutroni e' $\Delta = mc^2 - E(N,R_o)$

•Poiche' vale l'approssimazione non relativistica, ho dunque;

□$\Delta = p^2/2m - Gm^2N/R = T - U$

•E' facile vedere che per R=Ro T= ½ U e dunque

$\Delta = ½\, U = ½\, Gm^2N/Ro$.

•Questo per ciascun neutrone e dunque l'energia totale liberata e' $E_b = N\,\Delta$ ossia

$$E_b \approx 1/2 \frac{G_N M^2}{R_o} = 10^{46}\,\mathrm{J} \left(\frac{M}{M_{\mathrm{sole}}} \right)^2 \left(\frac{10\ \mathrm{Km}}{R} \right)$$

•Per renderci conto di questa quantita' di energia, $\approx 10^{46}$ ricordiamo che la luminosita' del sole e' 4 10^{26} W, dunque questa e' l'energia che il sole irraggierebbe in 10^{12} anni, ovvero l'energia irraggiata dalla galassia in circa 30 anni.

Produzione di neutrini

- Durante il collasso la stella e' "calda" con energie cinetiche delle particelle di ~ 10-100 MeV.
- In queste condizioni c'e' tutta una serie di reazioni che possono produrre neutrini:

- Neutronizzazione:

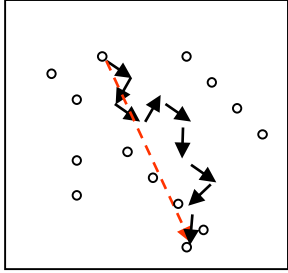
  - $e^- + p \longrightarrow n + \nu_e$ (cattura elettronica da protoni liberi)
  - $e^- + (Z,A) \longrightarrow \nu_e + (Z-1,A)$ (cattura elettronica da nuclei)

- Produzione di coppie:

  - $e^+ + e^- \longrightarrow \nu + \text{anti-}\nu$ (annichilazione di coppie)
  - $e- + \gamma \longrightarrow e- + \nu + \text{anti } \nu$ (fotoannichilazione)
  - $e- + (Z,A) \longrightarrow (Z,A) + e- + \nu + \text{anti}\nu$ (bremsstrahlung)

•Da notare che nelle reazioni di neutronizzazione vengono prodotti solo neutrini elettronici, Mentre nei processi nei processi di produzione di coppie vengono prodotti sia neutrini che antineutrini, di qualsiasi famiglia.

Opacita' della materia all'attraversamento dei neutrini



- I neutrini possono attraversare generalmente enormi distanze senza effettuare urti, ma non sempre è cosi'. Nella materia estremamente densa, I processi di assorbimento e di scattering impediscono ai neutrini di scappare liberamente dal nucleo che collassa e dalla materia circostante.
- Val la pena di ricordare che la densita' in una stella di neutroni e' dell'ordine

$$n \approx 10^{57} / (4\ 10^{18} cm^3) \approx 2.5\ 10^{38} / cm^{-3}$$

- Lo scattering su nucleoni liberi e su nuclei pesanti e' la sorgente principale di opacita' per i neutrini:

•Lo scattering elastico su nucleoni:, v + n —> v + n, ha sezione d'urto

$$\sigma \approx 10^{-43}\ cm^2\ (E/\ 1MeV)^2$$

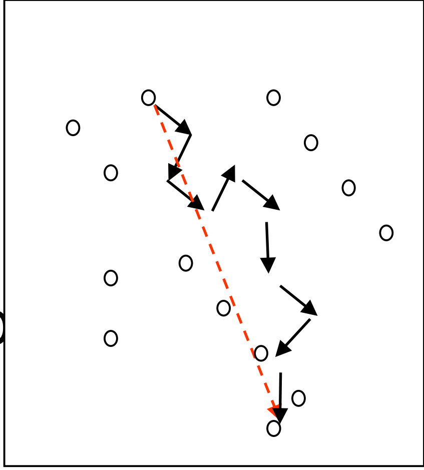
•Lo scattering elastico coerente su nuclei pesanti, v + (Z,A) —> v + (Z,A), ha sezioni d'urto

$$\sigma \approx 10^{-45} cm^2\ A^2 (E/\ 1MeV)^2$$

•Le temperature del sistema sono dell'ordine $T \approx 4\ 10^{10}\ {}^oK \Leftrightarrow kT \approx\ 3$ MeV e vengono prodotti neutrini con energie dell'ordine della decina di MeV. Neutrini con queste energie hanno $\sigma \approx 10^{-40} cm^2$ e dunque cammino libero medio dell'ordine di

$$□\lambda = 1/ns \approx 1/[(10^{-40}\ cm^2)(2.5\ 10^{38} cm^{-3})] \quad \rightarrow \lambda \approx 40\ cm$$

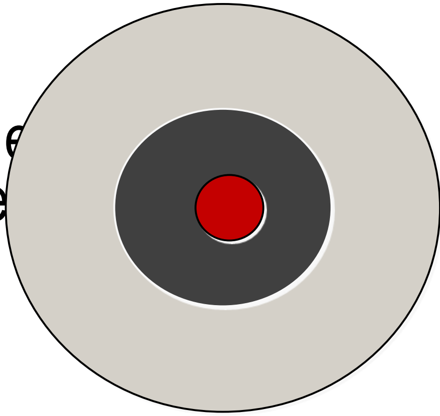
La diffusione di neutrini in una proto-stella di neutroni



- Stimiamo il tempo necessario perché i neutrini possano emergere dalla stella di neutroni, con raggio $r \approx 10$ km
- Poiché il libero cammino medio soddisfa a $\lambda << r$ i neutrini fanno molti urti prima di poter uscire dalla stella.
- La legge del moto browniano ci dice che la distanza percorsa mediamente in un tempo t e' data da

$$<R^2>= \lambda\, v\, t$$

- Ponendo $<R^2>= r^2$ e tenendo presende che per neutrini v=c ricava: $t \approx r^2/\lambda v \approx 1$ s



- Va ancora osservato che fuori dalla stella di neutroni la materia e ancora assai densa ed opaca ai neutrini. La neutrino-sfera, cioe la posizione della superficie di ultimo scattering e' situata a distanze dell'ordine di 100 km dal centro. In defintiva, il tempo necessario perche' i neutrini possano fuoruscire e' dell'ordine di 10 secondi,

$$t_{dif} \approx 10 \text{ s}$$

- La materia e' comunque molto piu' opaca alla radiazione: l'energia dunque viene trasportata quasi interamente dai neutrini, e solo una frazione assai inferiore all' 1/100 e' sotto forma di radiazione e.m.

Emissione di neutrini

•Neutrini e antineutrini trasportano dunque pressoche' tuttal'energia emessa
•nel collasso gravitazionale. La potenza emessa e' dunque:

$$W = E_b/t_{dif} \approx 10^{52} \text{ erg/s}$$

•L'energia e' trasporta da da neutrini con energie medie ε= 10 MeV.
Ne segue che la luminosita' neutrinica e'

$$L= dN_\nu/dt= W/ \varepsilon \approx 10^{57} \text{ s}^{-1} .$$

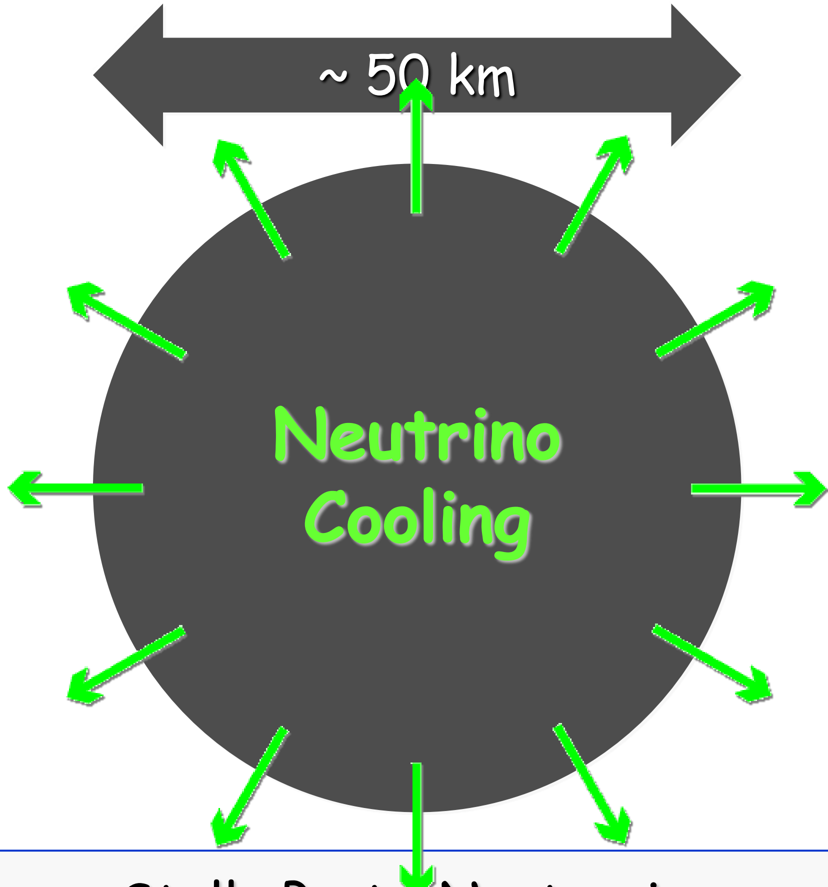
•Il flusso a distanza D sara' dunque $\Phi= L/(4\pi D^2)$; ponendo D=10kpc si ottiene
per una supernova al centro della galassia

$$\Phi \approx 10^{11} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

•Questo flusso e' piu' intenso – nel tempo di una decina di secondi – di quello del sole.
•Da notare che questo flusso e' ripartito, in maniera approssimativamente uguale, fra
•neutrini e antineutrini di ogni famiglia.
•In particolare, c'e' un flusso pari a circa 10^{10} cm^{-2} s^{-1} **antineutrini elettronici**,
mentre il sole emette neutrini

Riassunto: Collasso stellare ed esplosione di Supernova

Stella di Neutroni "neonata"



Stella Proto-Neutronica

$\rho \approx \rho_{nuc} = 3 \times 10^{14}\ g\ cm^{-3}$

$T \approx 30$ MeV

Energia di legame gravitazionale:

$E_b \approx 10^{53}$ erg $\approx 10\%\ M_0 c^2$

Questa viene emessa come:

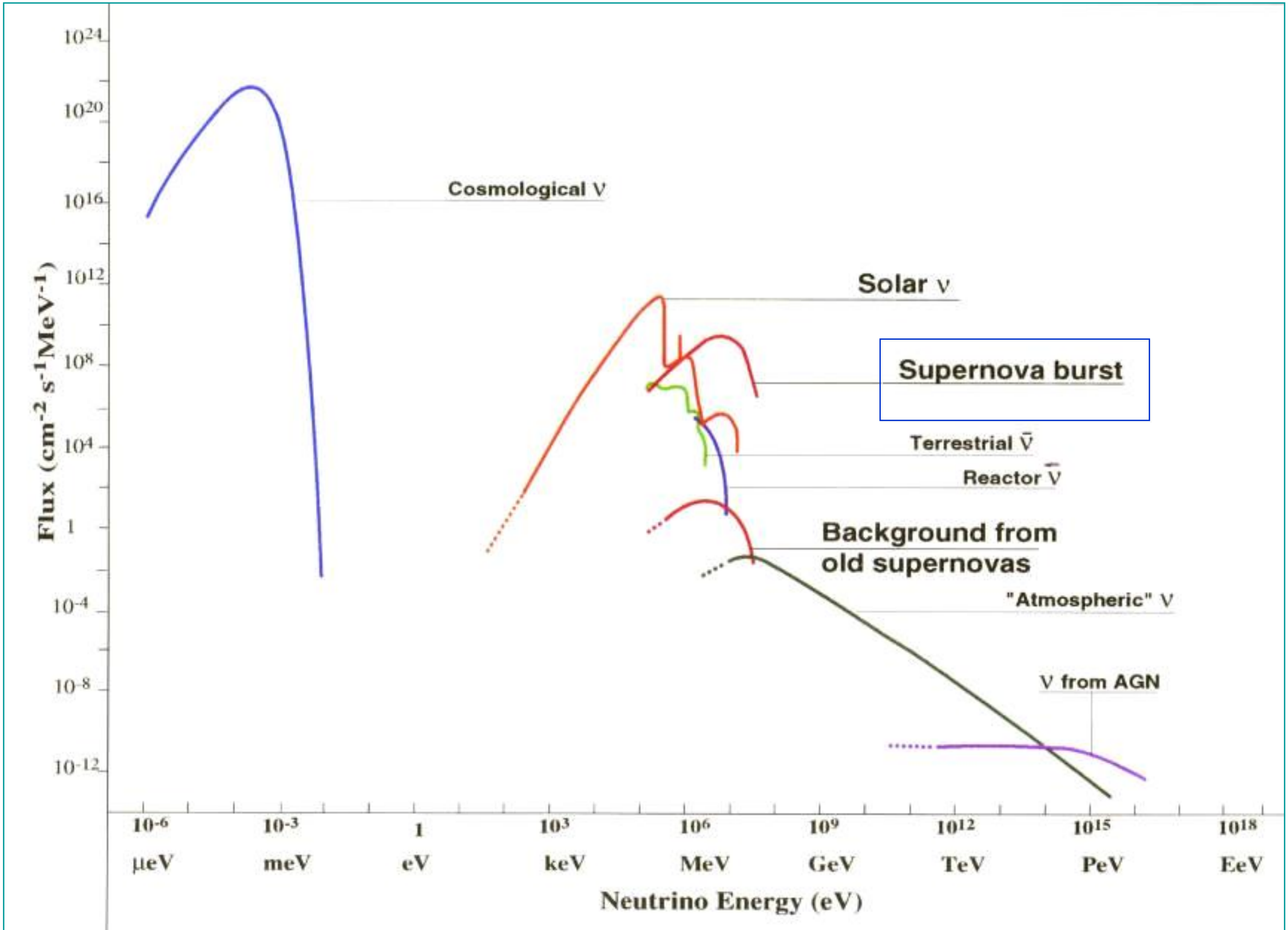
99% Neutrini
1% Energia cinetica
0,01% Radiazione elettromagnetica

Luminosita' dei neutrini:

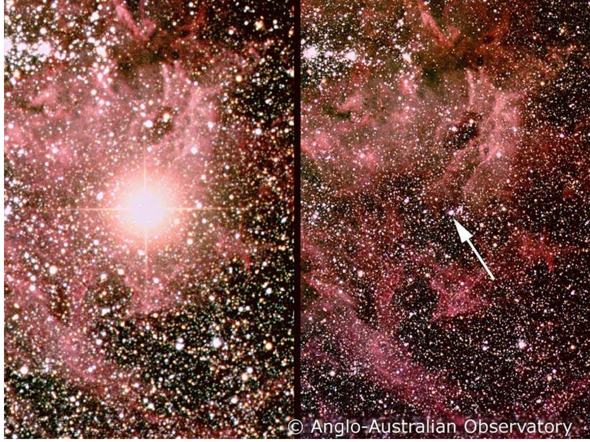
$L_\nu \approx 10^{52}$ erg / sec
$\approx 10^{19}\ L_0$

Finche' dura, brilla piu' dell'intero universo visibile.

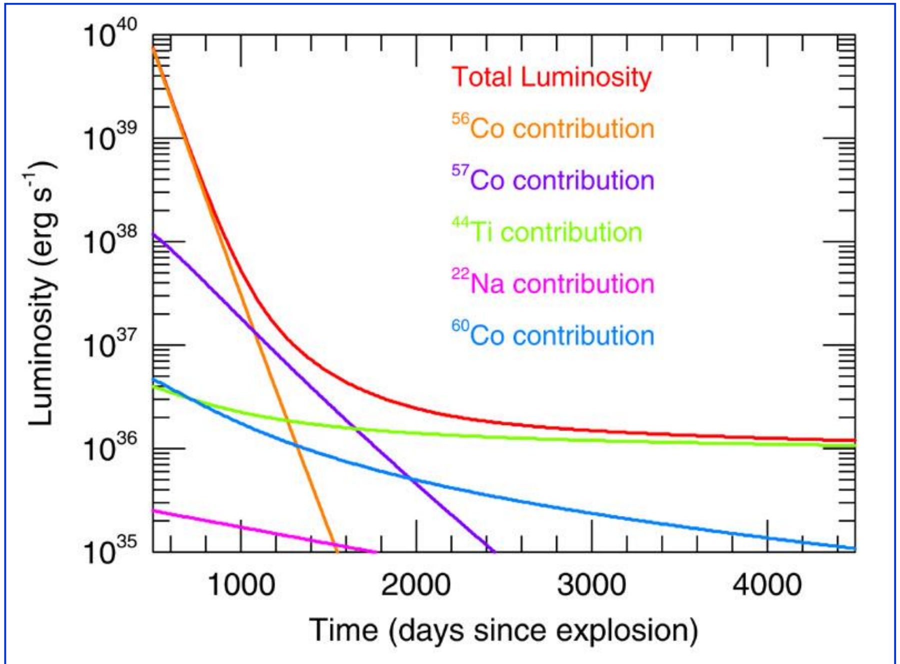
Il burst di una supernova nel centro della galassia a confronto con altre sorgenti naturali di neutrini

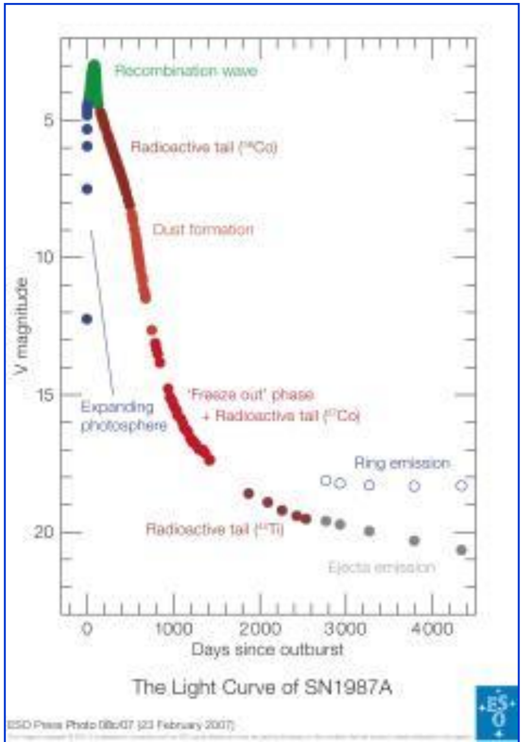


La Supernova SN1987a



- Nel Febbraio 1987 e' stata osservata una SN nella grande nube di Magellano*, una piccola galassia satellite della Via Lattea, a distanza di circa 50 kpc da noi
- Per la prima volta, sono stati rivelati i neutrini provenienti da una Supernova, aprendo la strada della astronomia extra-solare con neutrini
- I risultati e le implicazioni di queste osservazioni saranno discusse nell'ultimo capitolo





Supernovae storiche e rate di supernovae

• SN 1987A nella LMC (Grande nube di Magellano) e’ la sola con identificazione certa di una stella progenitrice.

• Nella nostra Galassia, in epoca storica sono state osservate una decina di supernovae

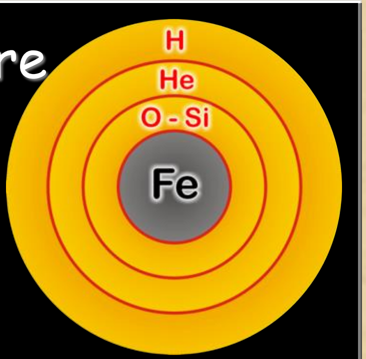
•Si ritiene che in una Galassia come la nostra ci siano circa 2 supernovae per secolo

•Se ne sono osservate ben di meno, perche’ i)la civilta’ si e’ sviluppata nell’emisfero boreale, e non ha visto per secoli il centro galattico, dove ci si aspetta un numero maggiore di esplosioni

•Ii) le polveri oscurano l’osservazione di buona parte del cielo, almeno ad ochhio nudo

•L’universo osservabile contiene 10^{11} Galassie; se queste hanno lo stesso rate di esplosioni della nostra, quindi in un anno ci sono 10^9 SN anno

Tipo Ia vs. Core-Collapse Supernovae

Tipo Ia	Core collapse (Tipo II, Ib/c)
Nane bianche carbonio-ossigeno (resto di una piccola stella) accresce materia da una compagnia 	Nucleo di ferro degenere di una stella massiva accresce materia dalla combustione nucleare superficiale 

Il limite di Chandrasekhar e' raggiunto - $M_{Ch} \approx 1.5\ M_{\odot}$

C O L L A S S O   A V V I E N E   I N

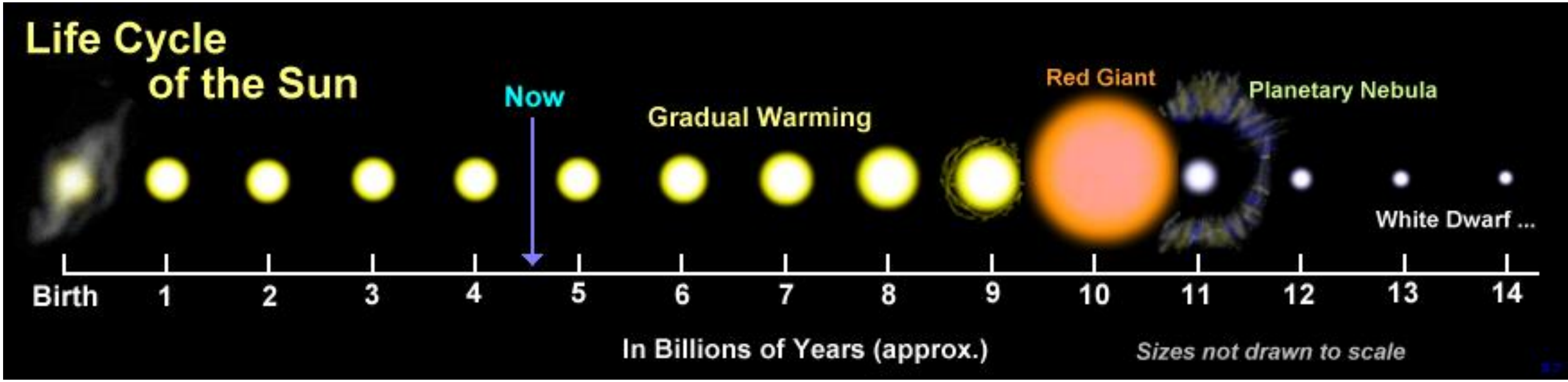
Tipo Ia	Core collapse (Tipo II, Ib/c)
combustione nucleare di C e O → deflagrazione nucleare ("bomba a fusione" innescata dal collasso)	Collasso a densita' nucleari Implosion → Explosion
Potenziata dalla energia nucleare	Potenziata dalla gravita'
Guadagno di energia nucleare ~ 1 MeV per nucleone	Guadagno di energia gravitazionale ~ 100 MeV per nucleone 99% in neutrini

Energia rilasciata "visibile" e' comparabile ~ 3×10^{51}erg

Appendice:

- Il destino del sole
- Sandoulek e SN 1987A

Il destino del sole




Sanduleak -69 202
Supernova 1987A
23 Febbraio 1987
L' inizio dell' astrofisica di
supernovae con neutrini